

ЗМІСТ І СТРУКТУРА МАТЕМАТИЧНИХ ЗДІБНОСТЕЙ УЧНІВ

Сергій СЕМЕНЕЦЬ – завідувач кафедри методики навчання математики, фізики та інформатики Житомирського державного університету ім. Івана Франка, доктор педагогічних наук, професор;

Лариса СЕМЕНЕЦЬ – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри охорони праці та цивільної безпеки Житомирського державного університету ім. Івана Франка

Анотація. У статті на основі змістового та системного аналізу результатів психолого-педагогічних досліджень розкрито зміст і встановлено структуру математичних здібностей учнів.

Ключові слова: математичні здібності, структурно-математичне мислення, інтелект.

Сергей СЕМЕНЕЦ, Лариса СЕМЕНЕЦ. Содержание и структура математических способностей учащихся

Аннотация. В статье на основании содержательного и системного анализа результатов психолого-педагогических исследований раскрыто содержание и установлено структуру математических способностей учащихся.

Ключевые слова: математические способности, структурно-математическое мышление, интеллект.

Sergij SEMENETS, Larisa SEMENETS. The content and structure of mathematical abilities of pupils

Summary. In article on the basis of the semantic and systemic analysis of the results of psychological and educational research contents and set the structure of mathematical abilities of students.

Keywords: mathematical abilities, structural-mathematical thinking, intelligence.

Процеси демократизації і гуманізації, європейської та міжнародної інтеграції детермінують необхідність розроблення моделі математичної освіти, в якій запроваджуються особистісно розвивальні технології навчання математики. Для вирішення цього завдання необхідно розв'язати цілу низку суперечностей у шкільній математичній освіті, серед яких одним із головних, на нашу думку, є глибоке внутрішнє протиріччя між змістом дисципліни та методикою її навчання: з одного боку, дедуктивним змістом математики, абстрактними математичними структурами, універсальними методами математичного дослідження, які формують теоретичні узагальнення та розвивають передусім науково-теоретичне мислення, а з іншого – логікою навчального пізнання, асоціативно-рефлекторною теорією навчання, усталеною методикою навчання математики, що передбачають домінування емпіричних узагальнень й актуалізацію емпіричного мислення, нівелювання математичних здібностей і формування вузькоматематичних умінь і навичок.

Специфіка розвивального навчання математики полягає в тому, що, окрім науково-теоретичного мислення та учіння (як суб'єктної діяльності), актуалізується одне з індивідуально-психологічних особистісних утворень учнів – їхні математичні здібності.

Мета статті – за результатами змістово-теоретичного та структурно-системного аналізу розкрити зміст і встановити структуру математичних здібностей учнів.

У психолого-педагогічних працях найпоширенішою є думка про те, що здібності не зводять-

© Семенець С. П., Семенець Л. М., 2016

ся до знань, умінь і навичок, але забезпечують швидке оволодіння ними, їх закріплення й ефективне використання на практиці [5; 6]. Українські психологи О. В. Скрипченко, О. С. Падалка, Л. О. Скрипченко здібності розкривають як індивідуально-психологічні особливості особистості, що виявляються в швидкості, глибині, міцності оволодіння способами і методами діяльності, у готовності до навчання. Здібності людини визначаються насамперед тим, наскільки вона при рівних умовах з іншими людьми досконало, легко та швидко оволодіває знаннями, вміннями і навичками [10, 249].

Отже, здібності – це цілісна підсистема в структурі особистості, те, що характеризує людину й забезпечує її розвиток як суб'єкта діяльності, а зрештою, визначає напрям і ефективність особистісного розвитку. Здібності розвиваються в діяльності, а продуктивність цього процесу зумовлена наявним рівнем розвитку особистості як цілісного системного утворення з трьома вимірами: генетичним, діяльнісним, соціально-психолого-індивідуальним.

Математичні здібності досліджують у своїх у роботах В. Бетц, В. А. Крутецький, Д. Лі, Н. О. Менчинська, Ж. Піаже, А. Роджерс, О. В. Скрипченко, С. І. Шапіро та інші. Дотримується думка про те, що всі діти здібні до навчання, кожен нормальний і психічно здоровий учень здатний оволодіти навчальним матеріалом шкільної програми, а необхідність спеціальних здібностей для вивчення і розуміння шкільної математики часто перебільшують [4, 6]. Так, учений-математик А. М. Колмогоров зауважував, що загальнолюдських здібностей

достатньо, щоб за продуманого керівництва або за хороших книг засвоїти математику середньої школи, однак для цього необхідна різна міра «вкладання праці» вчителя [3, 8 – 9]. Примітно, що шукати математичні таланти потрібно вже в школі, оскільки золотий вік для математика-дослідника достатньо ранній – 22 – 24 роки.

У працях В. Бетца до математичних належать специфічні здібності чітко усвідомлювати внутрішній зв'язок математичних відношень, а також точно мислити математичними поняттями [1, 74]. Д. Лі вважав, що це здібності розуміти (скоплювати) основні поняття математики й маніпулювати ними [12]. І. Верделін зміст математичних здібностей розкривав через здібність розуміти сутність математичних систем, символів, методів і доведень, а також здібність зачувати, утримувати їх у пам'яті, репродукувати, комбінувати з іншими системами, символами, методами, застосовувати при розв'язуванні математичних (ім подібних) задач [11, 13].

А. Роджерс і Є. Торндайк доводили, що математичні здібності становлять центральну складову загального інтелекту [13; 14]. Структура математичних здібностей, на думку дослідників, так чи інакше репрезентує структуру інтелекту:

- здібність до аналізу математичної структури та перекомбінації її елементів, здібність до порівняння і класифікації числових і просторових даних, здібність застосовувати загальні принципи й оперувати абстрактними поняттями;

- логічне мислення, сила абстракції, комбінаторна здібність, здібність до просторової уяви, критичність мислення, здібність відмовлятися від помилкових ходів думки, пам'ять;

- здібність до абстракції, логічне мислення, специфічне сприймання, інтуїція, здібність використовувати формули, математична уява;

- просторовий, логічний, числовий, символічний компоненти, що включають підкомпоненти.

Швейцарський психолог Ж. Піаже обґрунтував зв'язок математичних структур (алгебричних, порядку, топологічних) із структурами мислення: якщо прослідкувати розвиток арифметичних і геометричних операцій у свідомості дитини й зіставити з логічними операціями, то останні точно відповідають математичним структурам [7, 13]. Тут доречно навести відомий вислів М. В. Ломоносова: «математику потрібно вивчати вже тому, що вона розум до ладу приводить».

В. А. Крутецький дає таке визначення: під здібностями до вивчення математики розумімо індивідуально-психологічні особливості (передусім особливості розумової діяльності), що відповідають вимогам навчальної математичної діяльності й зумовлюють успішність творчого

оволодіння математикою як навчальним предметом, зокрема швидко, легко оволодіння знаннями, уміннями та навичками в галузі математики [4, 91].

Видатний математик і педагог А. М. Колмогоров до математичних здібностей відносив: 1) здібність уміло перетворювати складні буквені вирази; 2) обчислювальні та алгоритмічні здібності; 3) геометричну уяву або геометричну інтуїцію; 4) мистецтво послідовно, правильно, розчленовано логічно міркувати. Учений наголошував на особливостях мислительної діяльності, які не мають ніякого відношення до математичних здібностей усупереч дотепер поширеній практиці: здібності механічно запам'ятовувати великі числа, факти, великі формули; додавати чи перемножити багато-значні числа без обчислювальних засобів [3].

Зауважимо, що специфіка математичних здібностей і математичного мислення зумовлені особливостями математики – її абстрактним характером, дедуктивною суттю та строгістю доведень. Зміст математики складають абстракції й узагальнення, відтак математичне мислення є найбільшою мірою абстрактним та узагальненим. Це виражається у використанні знакової символіки, спеціальних математичних знаків для позначення кількісних величин, просторових властивостей об'єктів і відношень між величинами. Особливості математичного дослідження розкриваються в понятті «математична структура», аксіоматичному та конструктивному методах побудови теорії, алгоритмічному підході до процесу розв'язування математичних задач, математичному моделюванню як методі навчального і наукового пізнання.

Зважаючи на зміст математичної структури, аксіоматичний метод побудови теорії, вважаємо доцільним введення поняття «структурно-математичне мислення». Названий різновид мислення передбачає реалізацію такої логічної схеми.

1. Перераховуються назви об'єктів, що вивчаються в теорії і вважаються основними (неозначуваними, первісними).

2. Називаються основні відношення, в яких можуть перебувати основні поняття і які вважаються вихідними (неозначуваними, первісними).

3. Формулюються аксіоми, тобто твердження, які в цій теорії приймаються без доведення. Аксіоми описують основні відношення між основними поняттями або стверджують існування деяких основних понять. Сформульовані аксіоми дають точний і повний опис найбільш загальних та істотних властивостей первісних понять аксіоматичної теорії. Сукупність аксіом називають системою аксіом математичної теорії.

4. Строго означається кожне поняття, яке зустрічається в математичній теорії (якщо воно не відоме з інших теорій і не належить до основних понять). Під означенням будь-якого поняття розуміється опис його за допомогою первісних понять (відношень) і вже означених.

5. Здійснюється строге доведення кожного твердження (теореми), яке не є аксіомою. Доведення здійснюється шляхом логічних міркувань (за законами логіки) з використанням прийнятих аксіом і доведених раніше тверджень.

6. Згідно з логікою сходження від абстрактного до конкретного застосовується теорія – розв'язуються задачі. Формуються прийоми, способи та методи розв'язування задач.

7. Забезпечується рефлексія процесу навчально-математичного пізнання (виконується самоаналіз, самоконтроль і самооцінка) [8, 43].

Структурно-математичне мислення є різновидом науково-теоретичного, оскільки передбачає виконання таких змістово-теоретичних дій, як аналіз (у процесі встановлення компонентів математичної структури, розв'язування задач), абстрагування (в процесі математичного моделювання), узагальнення (застосовується при дослідженні об'єктів різної природи, у різних математичних дисциплінах), планування (представляється ієрархією розумових дій), рефлексія (на етапах означення понять, доведення тверджень і розв'язування задач здійснюється самоконтроль і самооцінка засвоєння).

З огляду на поділ шкільної математики на два великі блоки (теоретичний матеріал і задачі), вважаємо, що про математичні здібності учнів можна судити передусім з того, як швидко, легко й глибоко вони оволоділи теоретичними знаннями та практичними вміннями розв'язувати задачі в процесі внутрішньо вмотивованого вивчення математики. Важливо враховувати, що розв'язування деяких задач математики не має наперед заданих алгоритмів (приміром, коли йдеться про задачі математичних олімпіад), тоді виникає потреба в самостійному знаходженні спеціальних прийомів і методів. Із цього приводу А. М. Колмогоров указував на ключову роль здібностей знаходити шляхи розв'язування, які не підлягають під стандартне правило і слугують суттєвою характеристикою математичного мислення [3]. Тому, крім вищезазначеного, математичні здібності учнів проявляються в математичній інтуїції, що передбачає цілісне «схоплення» задачної ситуації, *неусвідомлений акт* (так званий інсайт), якому, як правило, передують тривалий мислительний процес, усвідомлена розумова праця.

Психологи Д. Н. Богоявленський і Н. О. Менчинська вказують на ще одну особливість математичних здібностей учнів – швидке та згорнуте осягнення структури задачі. Установлено, що

учні з високим рівнем розвитку математичних здібностей відразу цілісно охоплюють структуру задачної ситуації, їхня аналітико-синтетична діяльність «згорнута», обмежена в часі, переважно має не процесуальний, а одноактний характер [2, 90 – 91].

Пілотне дослідження, проведене під керівництвом В. А. Крутецького [4], дало змогу встановити складники математичних здібностей:

1) здатність до формалізації математичного матеріалу, відокремлення форми від змісту, абстрагування від конкретних кількісних відношень і просторових форм та оперування формальними структурами відношень і зв'язків;

2) здатність узагальнювати математичний матеріал, виокремлювати головне (нехтуючи несуттєвим), пізнаючи при цьому загальне в різноманітному за формою;

3) здатність до оперування числовою та знаковою символікою;

4) здатність до послідовного, правильно розчленованого логічного міркування, пов'язаного з потребою в доведеннях, обґрунтуванні, висновках;

5) здатність скорочувати процес міркування, мислити згорнутими структурами;

6) здатність до зворотності мисленнєвого процесу (переходу із прямого на обернений хід думки);

7) гнучкість мислення, здатність до переключення із однієї розумової операції до іншої;

8) математична пам'ять (пам'ять на узагальнення, формалізовані структури, логічні схеми);

9) здатність до просторових уявлень [4, 104].

На думку психолога, математичні здібності формуються на основі генетично вихідної здібності – індивідуально-психологічної властивості *узагальнювати* зміст математичної освіти [4, 375].

З огляду на зроблений структурно-системний аналіз результатів психолого-педагогічних досліджень нами встановлено структуру математичних здібностей учнів, де виокремлено чотири основні компоненти [9].

Системотвірний компонент: математична спрямованість розуму як особистісна характеристика, що виявляється в структурно-математичному мисленні, інтересі до побудови, дослідження й реалізації математичних моделей.

Кодувально-формалізований компонент: здібності до формалізації в процесі встановлення математичної структури теоретичного і практичного матеріалу, створення й дослідження знако-символьних інтерпретацій (моделей) задачних ситуацій.

Когнітивно-узагальнювальний компонент: здібності до змістового узагальнення математичного матеріалу на декількох рівнях, знаходження альтернативних (варіативних) та раціональних

нальних розв'язків, мисленнєвого (інтуїтивного) «скоплення» формальної структури (алгоритму) на основі часткового випадку.

Мисленнєво-узагальнювальний компонент: запам'ятовування математичного матеріалу на різних рівнях теоретичного узагальнення; пам'ять на типові відношення (формули), загальні схеми міркувань (алгоритми), структуру методів і способів розв'язування задач (доведення і дослідження).

Підсумовуючи вищезазначене, резюмуємо, що математичні здібності учнів – це цілісна підсистема в структурі здібностей їхньої особистості, те, що характеризує школяра як унікальну людину, забезпечує його особистісний розвиток як суб'єкта навчально-математичної діяльності, а також слугує ефективному та продуктивному, проникливому та міцному оволодінню навчальним матеріалом математики. Математичні здібності розвиваються в навчально-математичній діяльності, а продуктивність цього процесу зумовлена наявним рівнем розвитку особистості учня (генетичного, діяльнісного, соціально-психолого-індивідуального вимірів).

Типології математичних здібностей, зонам найближчого математичного розвитку учнів, а також особливостям методики особистісно-розвивального навчання математики будуть присвячені наші подальші роботи.

ЛІТЕРАТУРА

1. Бетц В. Проблема корреляции в психологии. О соотношении психологических способностей / В. Бетц // Способность к математике (пер. с нем.). – М.: Русская книжка, 1923. – 88 с.
2. Богоявленский Д. Н. Психология усвоения знаний в школе / Д. Н. Богоявленский, Н. А. Менчинская. – М.: АПН РСФСР, 1959. – 347 с.
3. Колмогоров А. Н. Математика в её историческом развитии / А. Н. Колмогоров. – М.: Наука, 1991. – 224 с.
4. Крутецкий В. А. Психология математических способностей школьников / Вадим Андреевич Крутецкий. – М.: Просвещение, 1968. – 432 с.
5. Моляко В. А. Психология решения школьниками творческих задач / Валентин Алексеевич Моляко. – К.: Рад. школа, 1983. – 94 с.
6. Музика О. Л. Суб'єктно-ціннісний аналіз розвитку творчої особистості / О. Л. Музика // Здібності, творчість, обдарованість: теорія, методика, результати досліджень / за ред. В. О. Моляко, О. Л. Музики. – Житомир: Рута, 2006. – С. 42–45.
7. Пиаже Ж. Структуры математические и оперативные структуры мышления / Ж. Пиаже // Преподавание математики. – М.: Учпедгиз, 1960. – 316 с.
8. Семенець С. П. Елементарна математика (підготовлено на основі концепції розвивальної освіти): [навчально-методичний посібник] / С. П. Семенець, Л. М. Семенець. – Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2009. – 244 с.
9. Семенець С. П. Розвиток математичних здібностей учнів як стратегічне завдання особистісно орієнтованого навчання математики / С. П. Семенець, Л. М. Семенець // Особистісно орієнтоване навчання математики: сьогодення і перспективи: Матеріали IV Всеукраїнської науково-практичної конференції, 29-31 жовтня 2013 року. – Полтава: АСМІ, 2013. – С. 10-12.
10. Скрипченко О. В. Психолого-педагогічні основи навчання: [навчальний посібник для викладачів психології і педагогіки, аспірантів, студентів педагогічних навчальних закладів та курсантів військових училищ] / О. В. Скрипченко, О. С. Падалка, Л. О. Скрипченко. – К.: Український центр духовної культури, 2003. – 328 с.
11. Werdelin I. The mathematical ability experimental and factorial studies. Copenhagen, 1958.
12. Lee D. M. A study of specific ability and attainment in mathematics. „British journal of educational psychology”, vol. XXV, part 3, 1955.
13. Rogers A. L. Experimental tests mathematical ability and their prognostic value. Teacher's college, Columbia University, „Contributions to education”. New York, 1918, No. 89.
14. Thorndike E. L. The psychology of algebra. New York, 1928.

ЗНО з МАТЕМАТИКИ: ОСОБЛИВОСТІ ТЕСТУ 2016 РОКУ

Завдання з математики на ЗНО 2016 року мають певні особливості, які варто врахувати при підготовці до цього іспиту.

Особливості тесту з математики на ЗНО 2016 року:

- Завдання розподілені за рівнями складності: базові, середні та високі.
- Завдання розподілені за темами: алгебра, геометрія, комбінаторика, теорія ймовірностей та статистика.

Особливості тесту з математики на ЗНО 2016 року:

- Завдання розподілені за рівнями складності: базові, середні та високі.
- Завдання розподілені за темами: алгебра, геометрія, комбінаторика, теорія ймовірностей та статистика.

Завдання з математики на ЗНО 2016 року мають певні особливості, які варто врахувати при підготовці до цього іспиту.

Особливості тесту з математики на ЗНО 2016 року:

- Завдання розподілені за рівнями складності: базові, середні та високі.
- Завдання розподілені за темами: алгебра, геометрія, комбінаторика, теорія ймовірностей та статистика.

Особливості тесту з математики на ЗНО 2016 року:

- Завдання розподілені за рівнями складності: базові, середні та високі.
- Завдання розподілені за темами: алгебра, геометрія, комбінаторика, теорія ймовірностей та статистика.

Особливості тесту з математики на ЗНО 2016 року:

- Завдання розподілені за рівнями складності: базові, середні та високі.
- Завдання розподілені за темами: алгебра, геометрія, комбінаторика, теорія ймовірностей та статистика.

Особливості тесту з математики на ЗНО 2016 року:

- Завдання розподілені за рівнями складності: базові, середні та високі.
- Завдання розподілені за темами: алгебра, геометрія, комбінаторика, теорія ймовірностей та статистика.

Особливості тесту з математики на ЗНО 2016 року:

- Завдання розподілені за рівнями складності: базові, середні та високі.
- Завдання розподілені за темами: алгебра, геометрія, комбінаторика, теорія ймовірностей та статистика.